



УНИИМ – филиал
ФГУП «ВНИИМ
им. Д.И.Менделеева»

ИССЛЕДОВАНИЕ В ЧИСЛЕННОМ ЭКСПЕРИМЕНТЕ
МОНТЕ-КАРЛО РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ МЕЖЛАБОРАТОРНОЙ
МЕТРОЛОГИЧЕСКОЙ АТТЕСТАЦИИ СТАНДАРТНЫХ ОБРАЗЦОВ
СОСТАВА ВЕЩЕСТВ И МАТЕРИАЛОВ

Докладчик – Е.П. Соби́на

Директор УНИИМ – филиала ФГУП «ВНИИМ им. Д.И.Менделеева»

В настоящее время в России и странах ближнего зарубежья обработка результатов МСИ производится единственным способом в соответствии с **ГОСТ 8.532-2002 «Стандартные образцы состава веществ и материалов. Межлабораторная метрологическая аттестация»**

За рубежом используют другие методы, изложенные, например, в

- CCQM Guidance note: Estimation of consensus KCRV and associated Degrees of Equivalence. Version: 10. Available via: <https://www.bipm.org/documents/20126/28430045/working-document-ID-5794/49d366bc-295f-18ca-c4d3-d68aa54077b5>,
- Cox MG (2007) The evaluation of key comparison data: determining the largest consistent subset. Metrologia 44(3):187-200. <https://doi.org/10.1088/0026-1394/44/3/005>

Возникает проблема обоснованного выбора метода обработки данных МСИ. Одним из способов обоснования выбора того или иного метода является эксперимент Монте-Карло, позволяющий сравнить результаты, которые дают различные процедуры на одних и тех же модельных данных.

ИССЛЕДУЕМЫЕ МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МСИ

- 1) Арифметическое среднее.
- 2) Медиана.
- 3) Средневзвешенное с весами обратно пропорциональными дисперсиям.
- 4) Оценка Манделя-Паула.
- 5) Оценка Дер Симониэн-Лаерс.

Последние два метода представляют собой средневзвешенное с учётом дополнительной скрытой дисперсии в данных и отличаются способом оценивания этой дисперсии.

- 6) Робастная оценка Хьюбера.
- 7) **Робастная оценка из ГОСТ 8.532-2002.**
- 8) **Оценка Кокса – средневзвешенное по наибольшему согласованному подмножеству в данных.**
- 9) **Средневзвешенное после согласования данных путём учёта дополнительной скрытой дисперсии в данных, не входящих в наибольшее согласованное подмножество.**
- 10) **Средневзвешенное после согласования данных путём оценивания квадратов скрытых сдвигов в данных, не входящих в наибольшее согласованное подмножество и коррекции их дисперсий.**
- 11) **Средневзвешенное после согласования данных путём оценивания скрытых сдвигов и коррекции результатов, не входящих в наибольшее согласованное подмножество**



МОДЕЛЬ ДАННЫХ МСИ

Данные МСИ представляют собой набор пар $\{x_i, u_i\}, i = \overline{1, N}$

где x_i - результат i -ой лаборатории,

u_i - его стандартная неопределённость типа A, которая считается известной.

Данные моделировались следующим образом:

$$x_i = x + \Delta_i + \xi_i, i = \overline{1, n},$$

(со скрытым сдвигом)

$$x_i = x + \xi_i, i = \overline{n+1, N}$$

(без скрытого сдвига)

где x - истинное значение измеряемой величины (в эксперименте равно 10),

Δ_i - скрытый сдвиг (систематическая погрешность) результата i – ой лаборатории,

ξ_i - случайная погрешность результата i – ой лаборатории,

N - число лабораторий участников МСИ,

n - число лабораторий, имеющих скрытые сдвиги результатов.

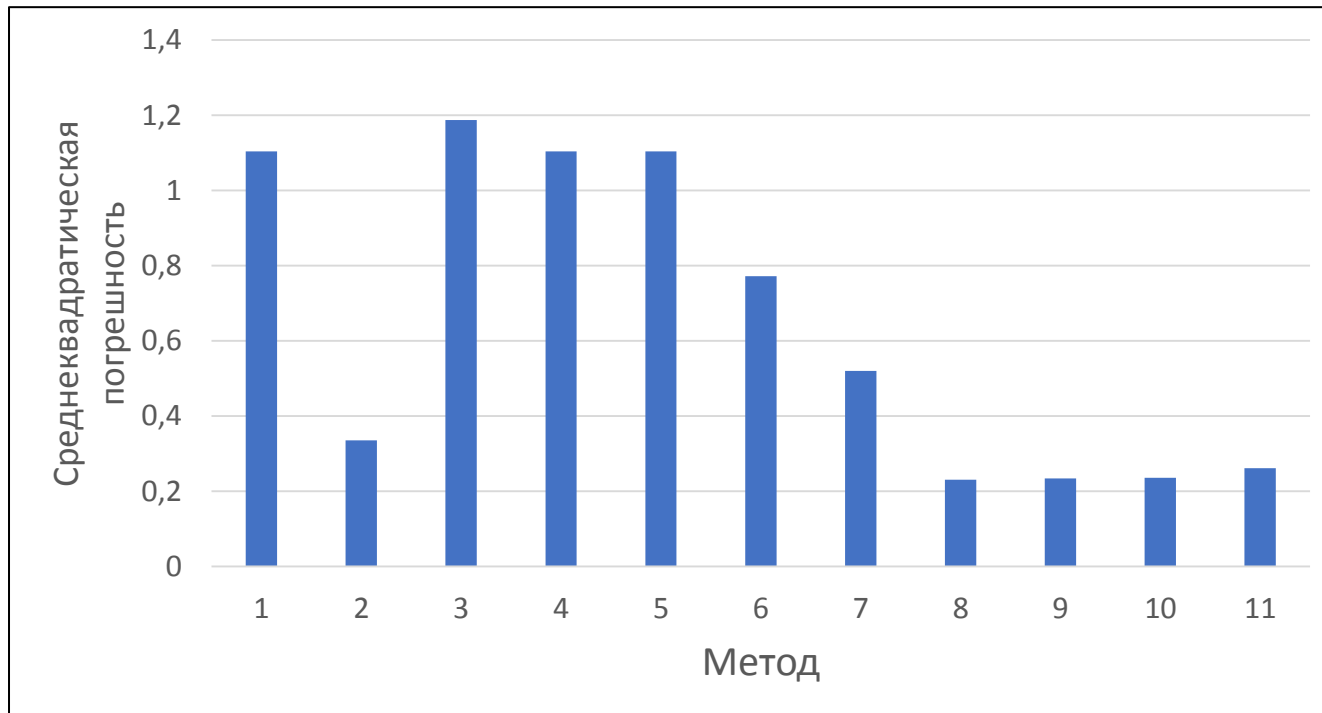
ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ МОНТЕ КАРЛО

1. Генерируются скрытые сдвиги в n лабораториях и стандартные неопределённости типа А для каждой из N лабораторий случайным образом из отрезка $[0.3, 0.6]$.
2. Для полученной конфигурации скрытых сдвигов и стандартных неопределённостей 3000 раз генерируются случайные погрешности из Гауссовых совокупностей для 15 лабораторий и полученные модельные данные обрабатываются методами 1 – 11. Вычисляются среднеквадратические погрешности каждого метода.
3. Вычисления по пунктам 1 – 2 производятся 3000 раз. И снова вычисляются среднеквадратические погрешности каждого метода.
4. Вычисления по пунктам 1 – 3 производятся для $n=1 \dots 15$ лабораторий со скрытом сдвигом.
5. Вычисления по пунктам 1 – 4 производятся для СКО скрытых сдвигов $[0.5, 8.0]$ с шагом 0.5.
6. Вычисления по пунктам 1 – 5 производятся для скрытых сдвигов из двустороннего распределения Лапласа, Гауссова и равномерного распределений.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

1. В ситуации, когда СКО скрытых сдвигов не сильно отличается от 1, то есть СКО случайных и систематических погрешностей сопоставимы все исследуемые методы 1 – 11 дают сопоставимые результаты.

2. В случае больших скрытых сдвигов ($\text{СКО} > 2$) лучше остальных работают методы основанные на выделении **наибольшего согласованного подмножества** и (для $n < 5$) метод описанный в **ГОСТ 8.532-2002**. При $n > 5$ последний также начинает терять устойчивость.



На рисунке приведены среднеквадратические погрешности исследуемых методов при СКО скрытых сдвигов равным 6 и количеством лабораторий со сдвигами $n=8$.

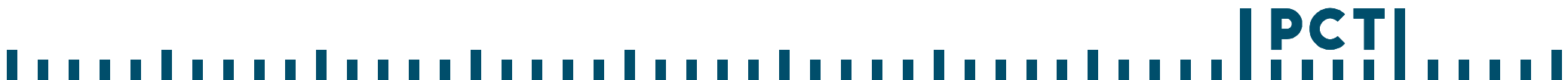
РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

3. В ходе численного эксперимента изучались не только результаты, получаемые тем или иным методом, но и известные **оценки их стандартных неопределённостей типа А**.

Эксперимент показал, что оценки практически совпадают с найденной экспериментально среднеквадратической погрешностью лишь для трёх методов, это – **среднее арифметическое, Манделя-Паула и Дер Симониана-Лайерса**.

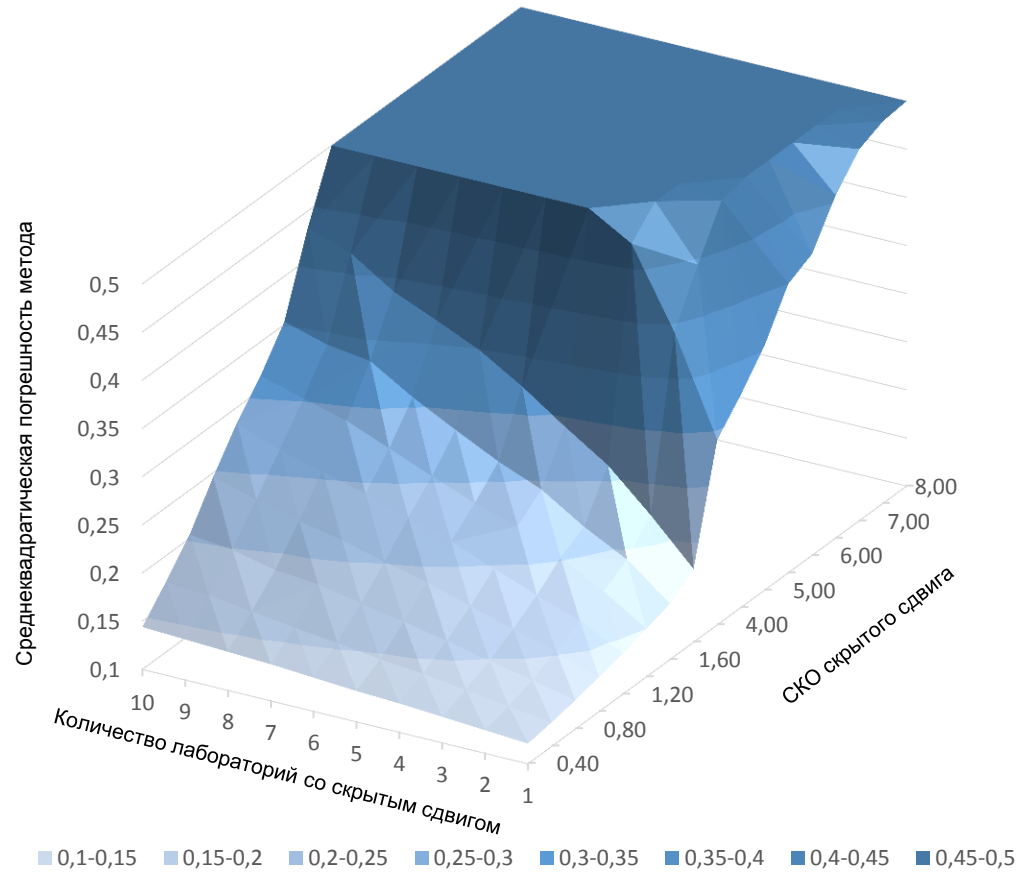
Немного занижена оценка СКО **средневзвешенного**, сильнее занижены оценки СКО для методов, основанных на выделении **наибольшего согласованного подмножества**, а также метода **Хьюбера**.

А вот оценки СКО **медианы** и метода **ГОСТ 8.532-2002** завышены.

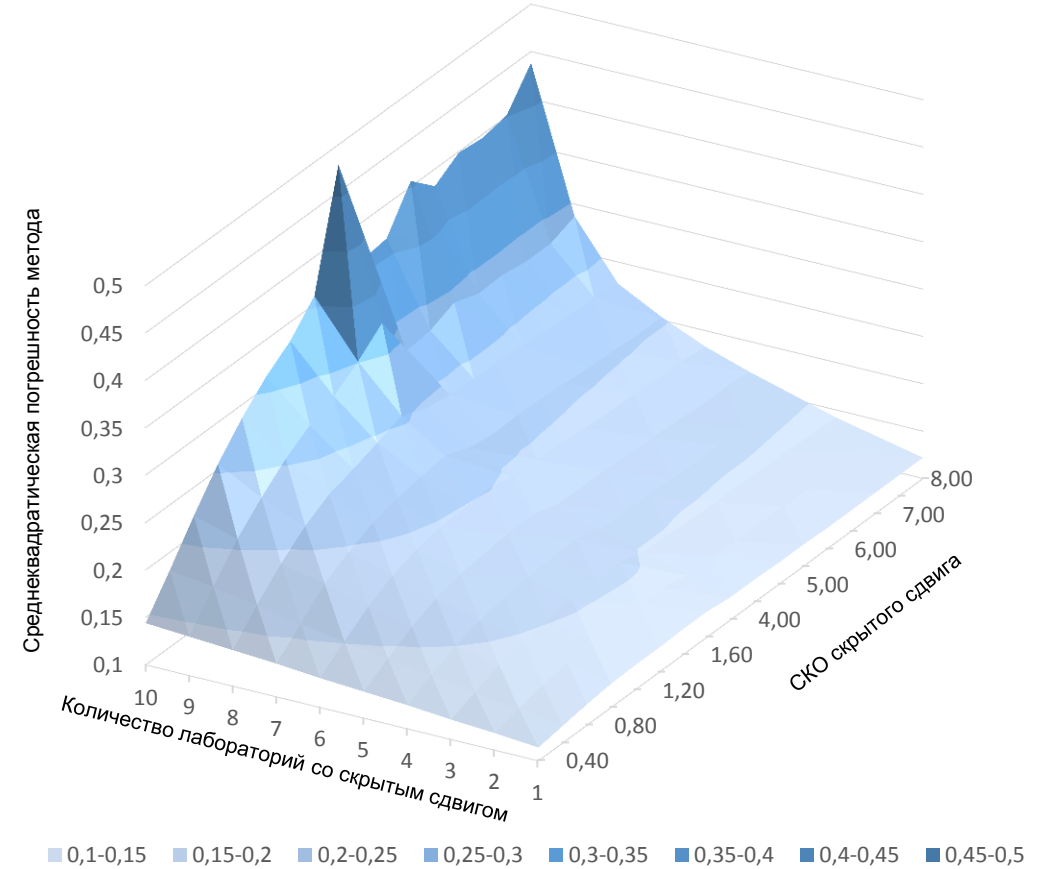


РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Среднее арифметическое

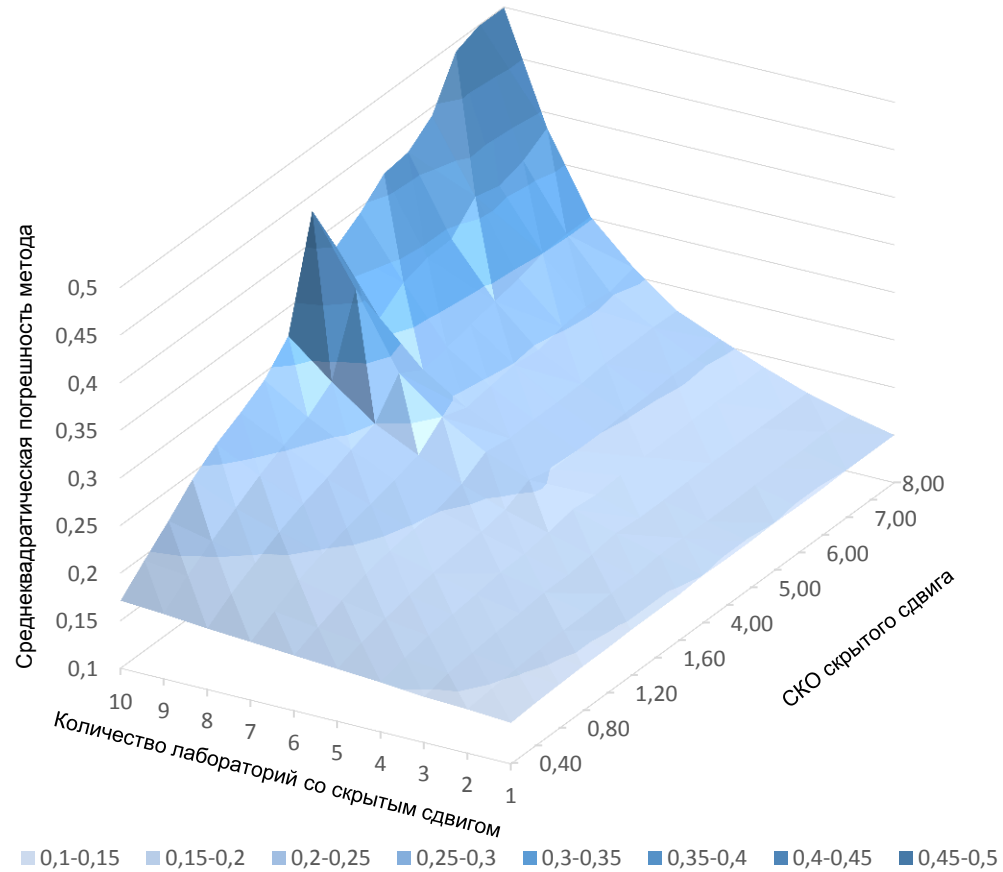


оценка Кокса

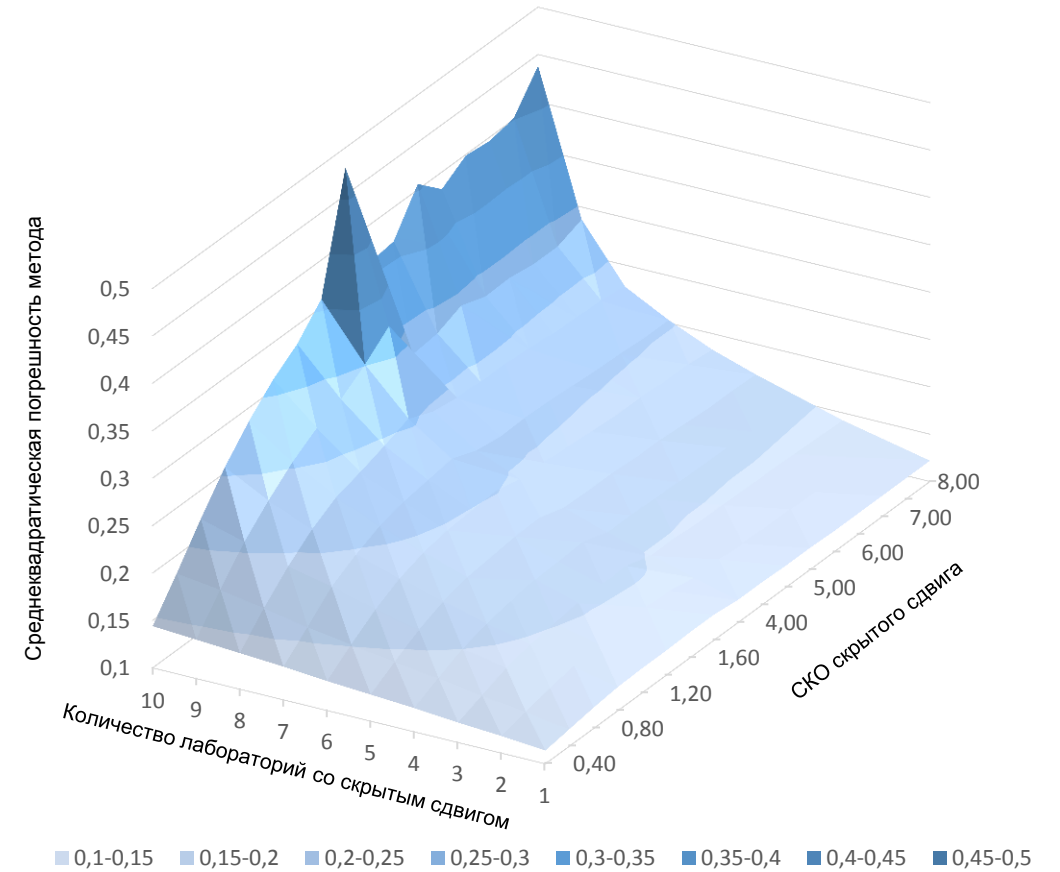


РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

медиана

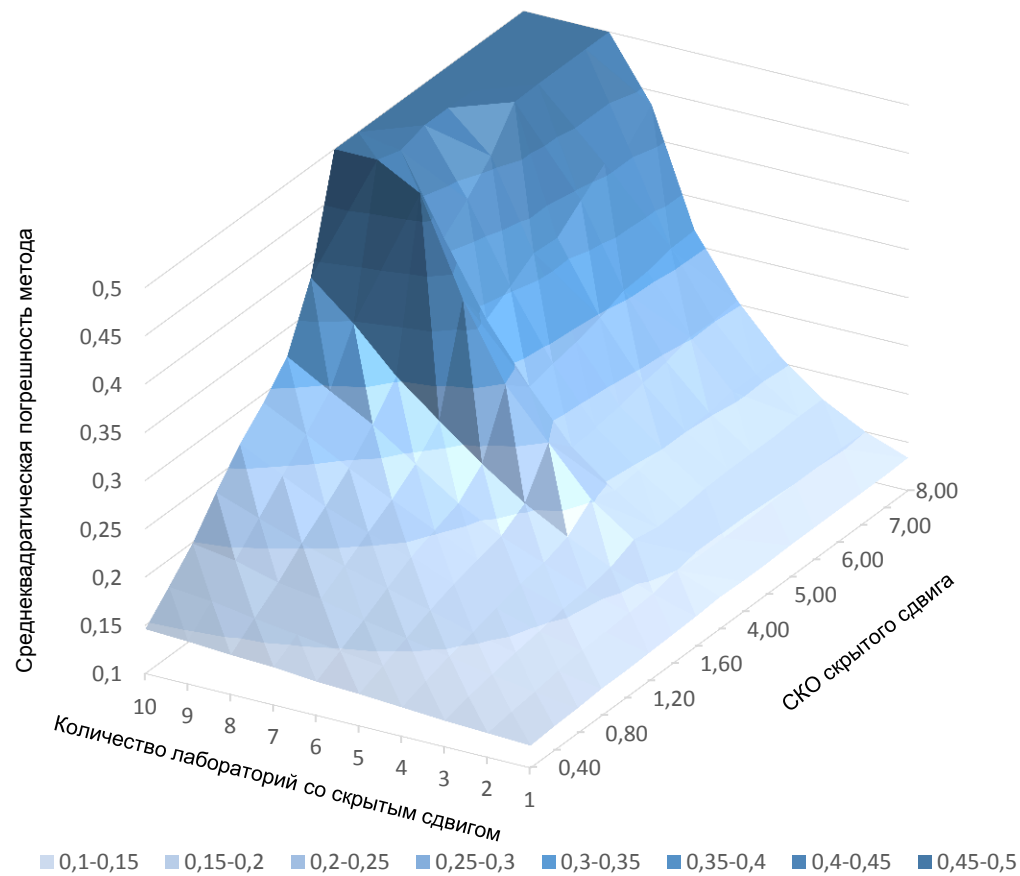


оценка Кокса

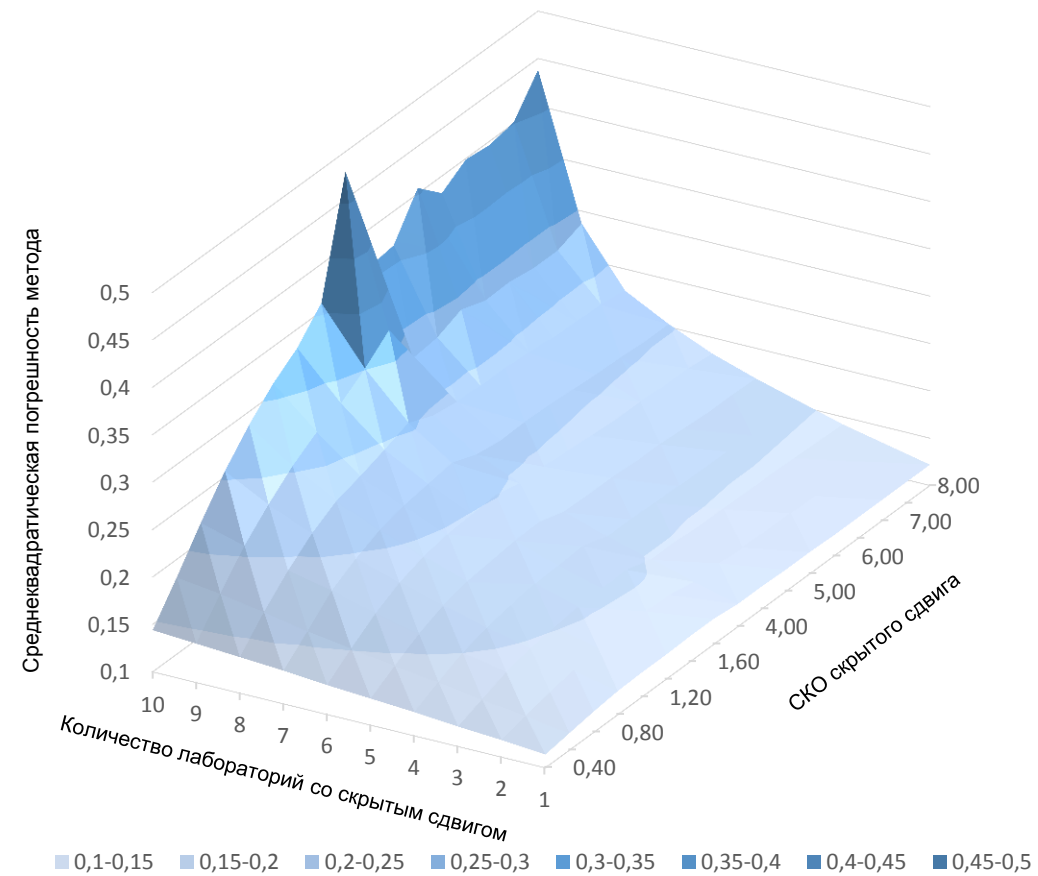


РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

оценка Huber

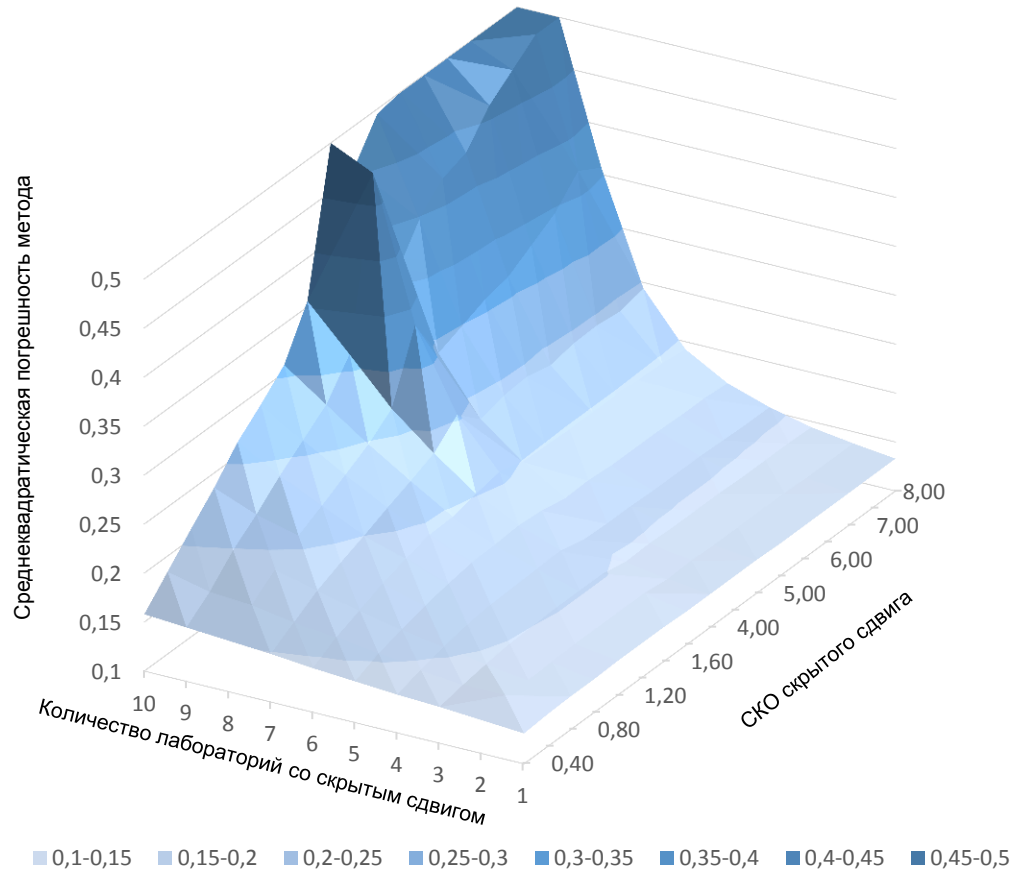


оценка Кокса

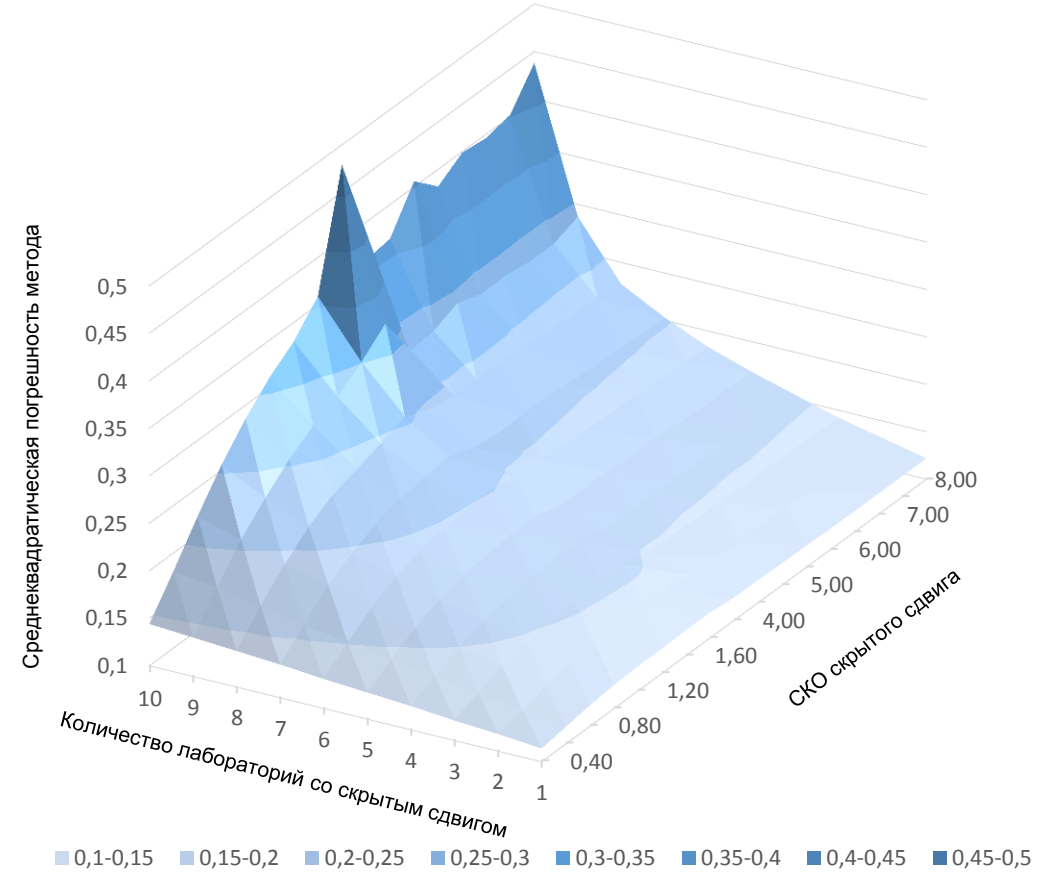


РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

оценка GOST



оценка Кокса

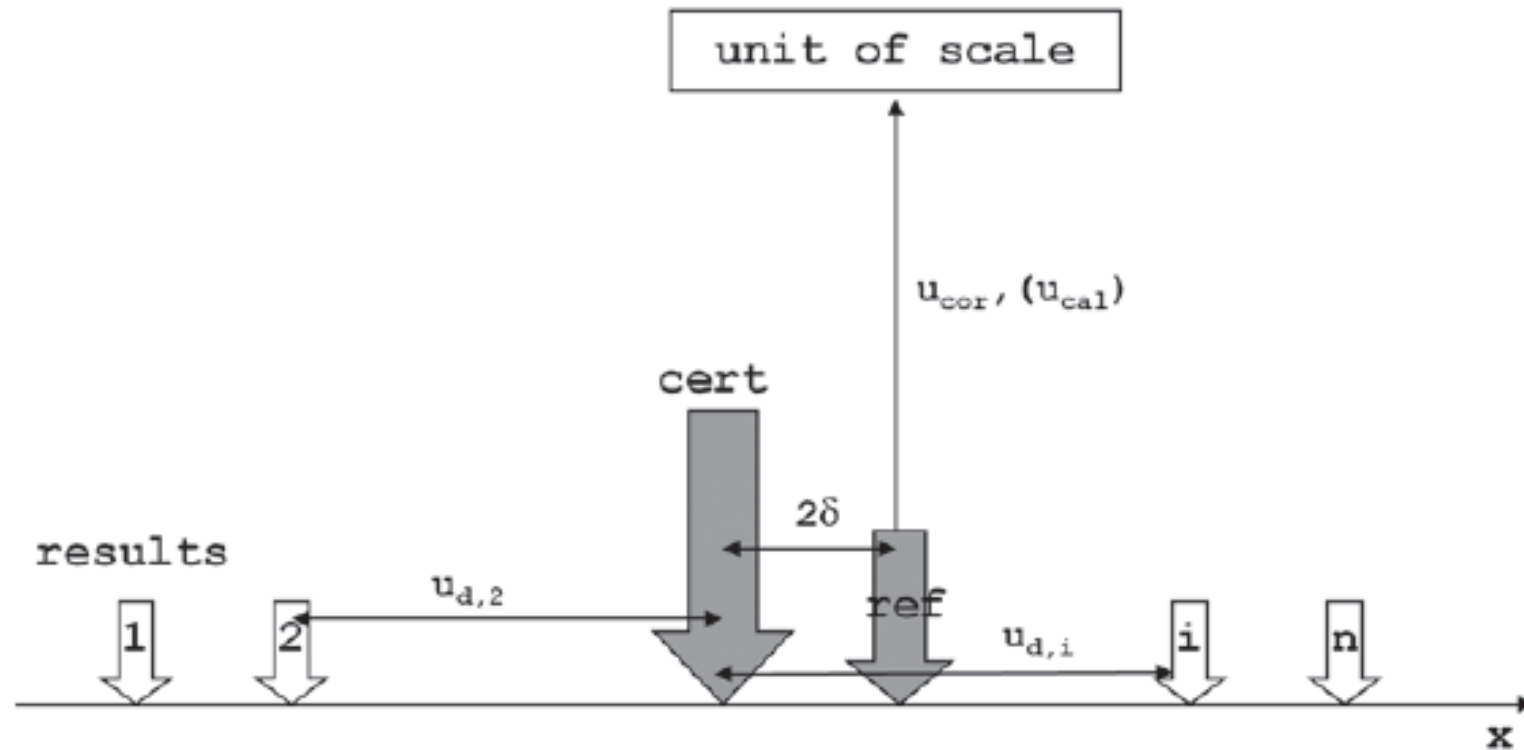


1. Вывод

В качестве метода межлабораторной аттестации СО может быть рекомендован **метод Кокса взвешенного среднего по наибольшему согласованному подмножеству.**

Спасибо за внимание!

Обеспечение прослеживаемости в межлабораторном эксперименте



$$u^2(A) = u^2(x) + \left(\frac{A - A_{ref}}{2} \right)^2 + u_{ref}^2$$

Спасибо за внимание!